

# MAGNÉTOSTATIQUE

---

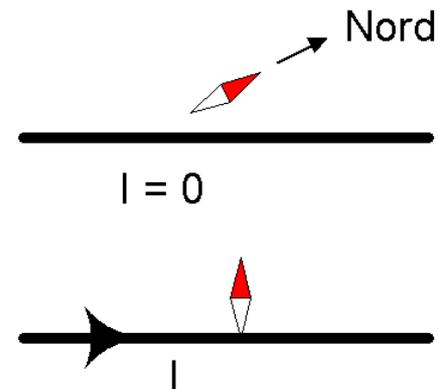
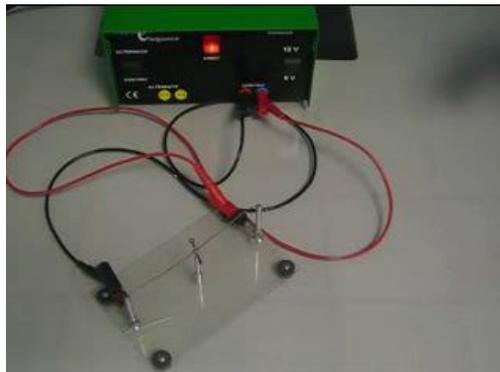
PACES



# Généralités

## • Définitions

- Le magnétisme de certains éléments résulte de la rotation ordonnée des électrons autour d'un axe particulier de l'atome.
  - Toute substance magnétique est appelée aimant.
- L'électromagnétisme est en rapport avec le champ magnétique créé par le passage de courant dans un conducteur électrique.
  - **Expérience d'Oersted**
    - L'aiguille d'une boussole dévie à proximité d'un fil rectiligne parcouru par un courant électrique.

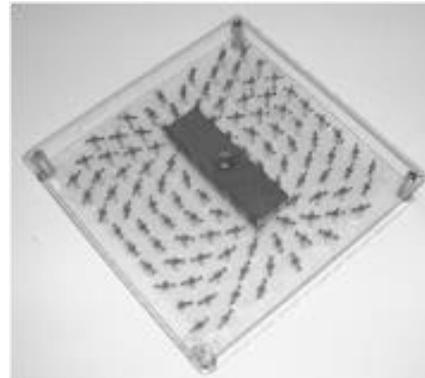


# Généralités

- Sources magnétiques
  - Naturelles
    - Substances ferromagnétiques : Fer, Nickel, Gadolinium
      - Aimantation forte
    - Substances paramagnétiques : Platine, Aluminium
      - Aimantation faible dans le sens du champ
    - Substances diamagnétiques : Zinc, cuivre
      - Aimantation faible induite dans le sens contraire du champ
  - Courants électriques

# Généralités

- Caractéristiques du champ
  - Autour des sources magnétiques, les propriétés de l'espace sont modifiées.
  - Il y règne un champ magnétique.
    - Le champ peut être caractérisé par un vecteur.
    - L'intensité du champ magnétique se mesure en Tesla (T).
    - La détection se fait à l'aide d'aiguilles aimantées.



# Généralités

- Unités

- Flux magnétique

- Weber

- C'est le flux d'induction magnétique qui traversant un circuit d'une spire y produit une force électromotrice de 1 Volt si on l'annule en 1 seconde par une décroissance uniforme.

$$1Wb = 1V.s$$

- Inductance

- Henry

- C'est l'inductance d'un circuit fermé dans lequel une force électromotrice de 1 Volt est produite lorsque le courant électrique le parcourant varie uniformément de 1Ampère/seconde.

$$1H = 1V.s.A^{-1}$$

- Perméabilité du vide  $\mu_0$

- C'est la capacité du vide à laisser passer le champ magnétique.

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} H.m^{-1}$$

# Généralités

- Unités

- Champs ou induction magnétique

- Tesla (SI)

- C'est l'induction magnétique qui répartie uniformément sur une surface de 1 m<sup>2</sup> produit à travers cette surface un flux d'induction total de 1 Weber.

$$T = \frac{Wb}{m^2} = \frac{V \cdot s}{m^2} = \frac{W \cdot s}{A \cdot m^2} = \frac{J}{A \cdot m^2} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{kg \cdot m}{A \cdot m \cdot s^2} = \frac{kg}{A \cdot s^2}$$

- Gauss (CGS)

$$1 G = 10^{-4} T$$

- Gamma

$$1 \gamma = 10^{-5} G = 1 \text{nT}$$

# Généralités

- Ordres de grandeur
  - Aimant courant

$$B \approx 10 \text{ mT}$$



- Bobine supraconductrice

$$B \approx 20 \text{ T}$$

- Bobine résistive

$$B \approx \text{de } 30 \text{ à } 1000 \text{ T}$$

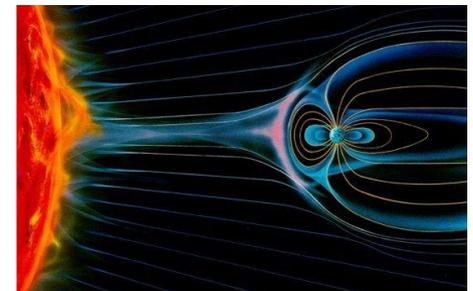


- Champ magnétique interstellaire moyen

$$B \approx 1 \mu\text{G}$$

- Champ magnétique terrestre

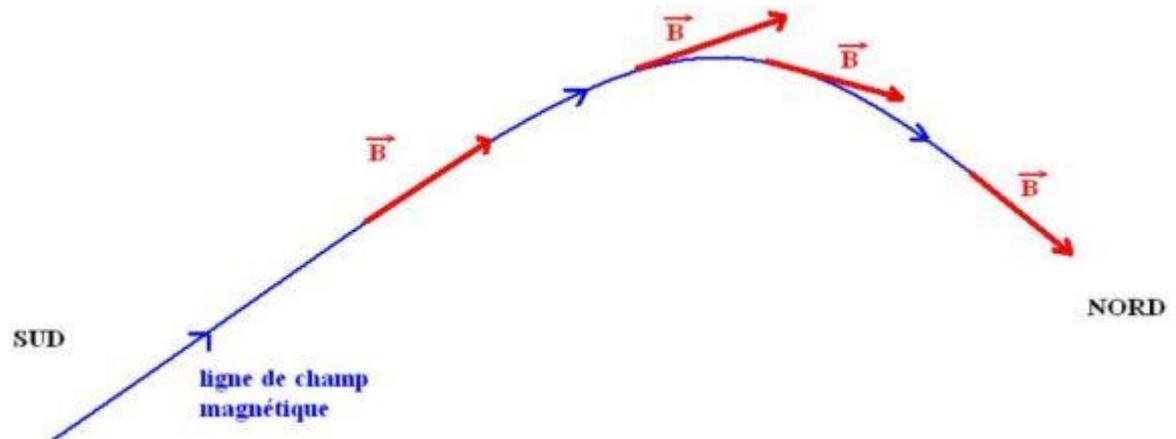
$$B \approx 0,4 \text{ G}$$



# Généralités

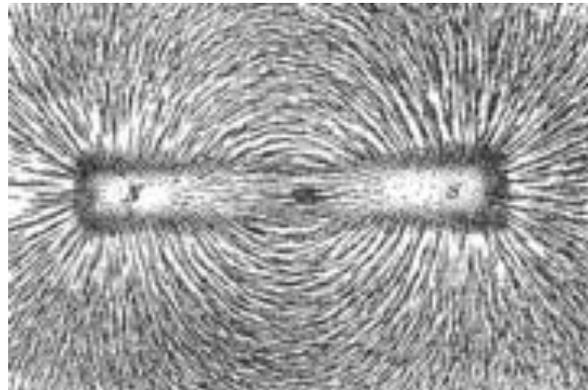
- Lignes de champ

- La topographie d'un champ magnétique est définie par l'ensemble de ses lignes de champs.
- On appelle ligne de champ la courbe telle que en chacun de ses points le vecteur champ magnétique soit porté par la tangente en ce point à la courbe.
  - La ligne de champ est orientée dans le sens du champ.
  - Les lignes de champs sont d'autant plus serrées que le champ est plus intense.



# Généralités

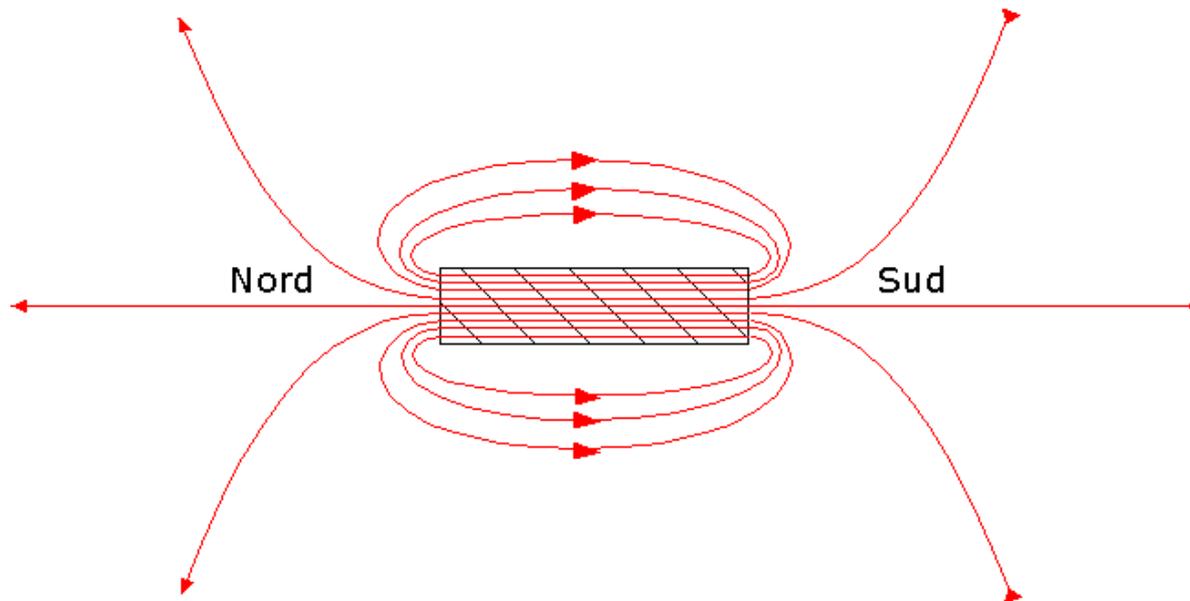
- Spectre magnétique
  - L'ensemble des lignes de champ forme le spectre magnétique.
  - Les lignes d'induction sont dirigées de la façon suivante :
    - A l'extérieur : du pôle Nord au pôle Sud magnétique
    - A l'intérieur : du pôle Sud au Pôle Nord magnétique



# Généralités

- Aimant droit

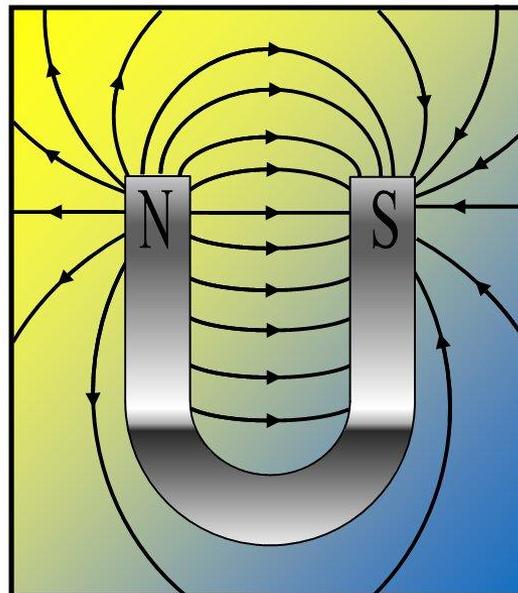
- Un ensemble de boussoles disposées autour d'un aimant droit s'oriente selon les lignes de champs.
- On constate l'existence d'un champ intense près des pôles.



# Généralités

- Aimant en U

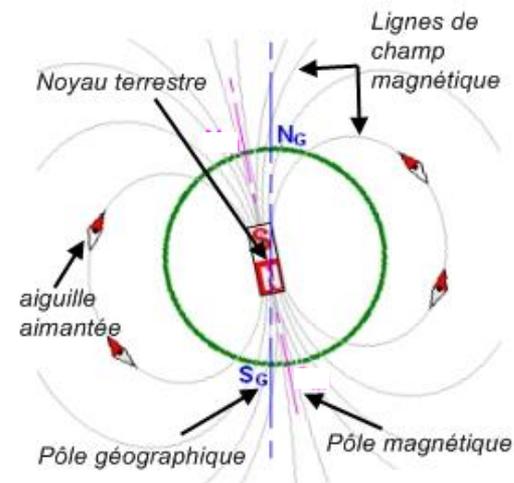
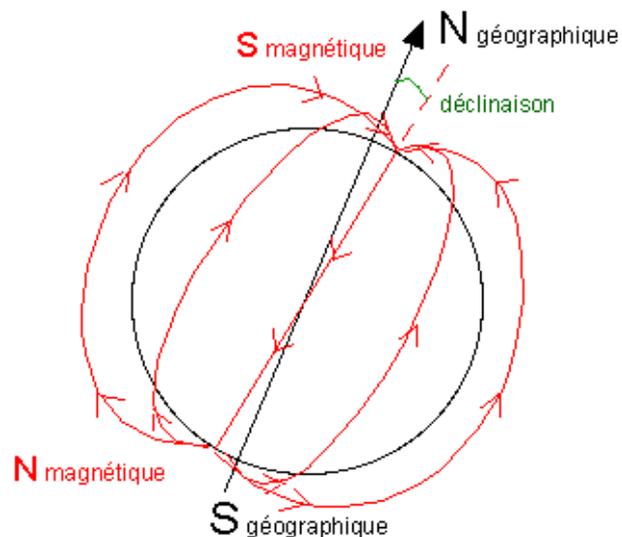
- La topographie du champ magnétique d'un aimant en forme de U montre que dans l'entrefer, le champ est pratiquement uniforme (et les lignes de champs sont quasi parallèles entre elles).
- On constate également l'existence d'un champ intense près des pôles.



# Généralités

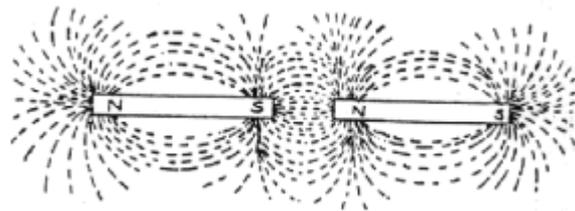
## • Champs terrestre

- Le champ magnétique terrestre peut être assimilé au champ magnétique créé par un aimant droit placé au centre de la terre et dont l'axe est incliné de  $11,5^\circ$  par rapport à l'axe de rotation terrestre.
  - Au court du temps, l'axe de l'aimant garde une direction constante mais l'intensité du champ moyen diminue de 0,05% par an.
  - L'origine du champ moyen est attribué aux courants qui apparaissent dans le noyau fluide de la terre, essentiellement ferreux.



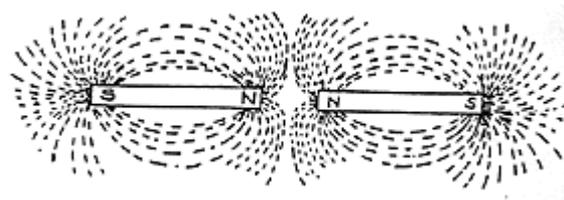
# Généralités

- Effets d'attraction
  - Les lignes de champ sont responsables des forces qui s'exercent entre 2 aimants.
  - Lorsque les pôles opposés d'un aimant sont rapprochés, les lignes de champ s'épousent et les aimants s'attirent ensemble.



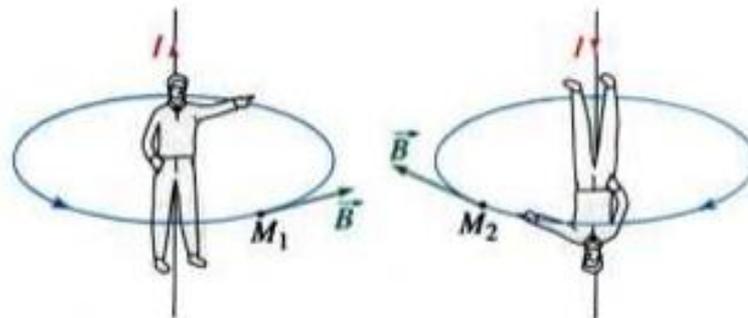
# Généralités

- Effets de répulsion
  - Les lignes de champ sont responsables des forces qui s'exercent entre 2 aimants.
  - Lorsque les mêmes pôles d'un aimant sont rapprochés, les lignes de champ s'éloignent les unes des autres et les aimants se repoussent mutuellement.



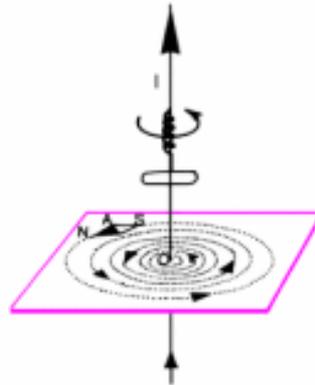
# Champ magnétique

- Orientation du champ créé par un courant
  - Règle du bonhomme d'Ampère
    - Un observateur est disposé le long du conducteur de façon que le courant circule de ses pieds vers sa tête.
    - Il regarde un point M de l'espace; en ce point le champ magnétique est orienté vers sa gauche.



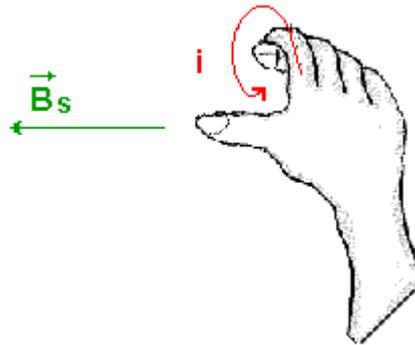
# Champ magnétique

- Orientation du champ créé par un courant
  - Règle du tire bouchon de Maxwell
    - Pour progresser dans le sens du courant, un tire bouchon doit tourner dans le sens du champ.



# Champ magnétique

- Orientation du champ créé par un courant
  - Règle de la paume de main droite
    - Lorsque la paume de la main est tournée vers le point M, les doigts étant le long du fil et dans le sens du courant, le pouce indique le sens du champ magnétique.



- Lorsque les doigts enroulent le fil dans le sens du champ magnétique, le pouce indique le sens du courant.



# Champ magnétique

- Champ créé par 1 charge en mouvement



- Le champ magnétique créé en un point  $M$  par une charge  $q$  située en un point  $O$  et animé d'une vitesse  $v$  vaut :

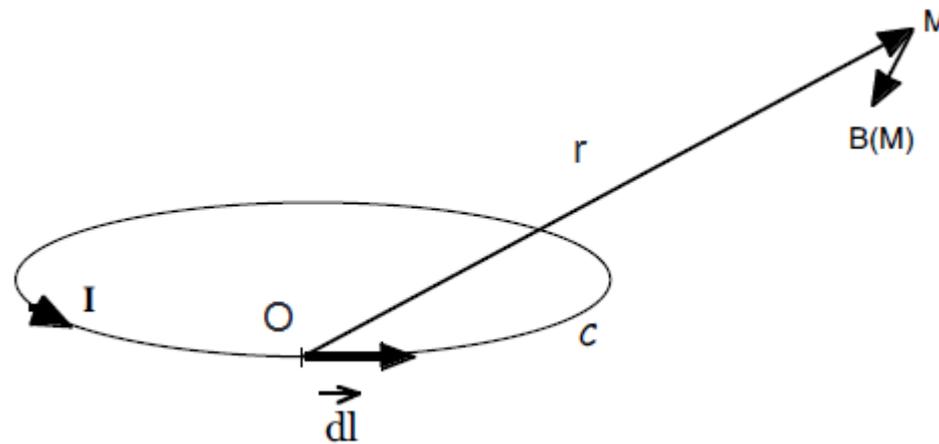
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot \vec{v} \wedge \overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{dq \cdot \vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

avec  $OM=r$

# Champ magnétique

- Champ créé par 1 circuit fermé
  - Loi de Biot Savart

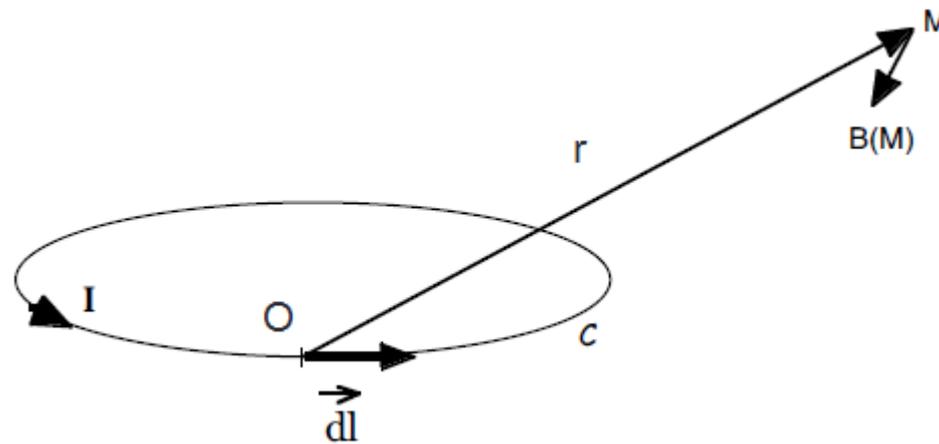


- Un élément de circuit de longueur  $dl$  parcouru par un courant électrique d'intensité  $I$  crée en tout point  $M$  de l'espace situé à la distance  $r$  un champ d'induction magnétique élémentaire  $dB$  tel que :

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

# Champ magnétique

- Champ créé par 1 circuit fermé
  - Loi de Biot Savart



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{dq \cdot \vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3} \quad \text{or} \quad I = \frac{dq}{dt} \quad \text{et} \quad v = \frac{dl}{dt}$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|} = \frac{\overrightarrow{OM}}{r}$$

# Champ magnétique

- Champ créé par 1 circuit fermé
  - Loi de Biot Savart
    - En généralisant, le champ d'induction créé en un point M par une portion de circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité I a pour expression :

$$\vec{B} = \sum \overrightarrow{dB} = \oint_{\text{circuit}} \overrightarrow{dB}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \oint_{\text{circuit}} \frac{Id\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

# Champ magnétique

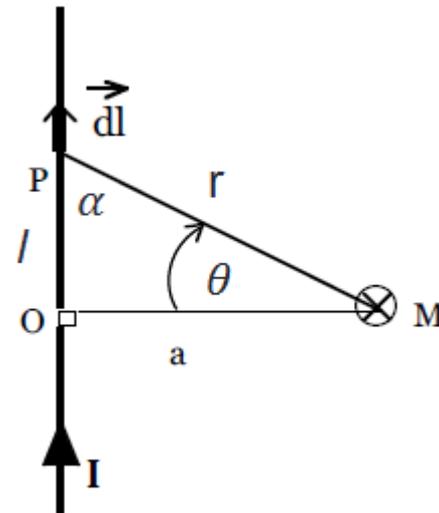
- Calcul du champ d'un fil rectiligne infini
  - Le champ d'induction créé en un point M par un fil conducteur rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité  $I$  a pour expression :

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi a}$$

**Direction** : tangente au cercle centré sur le fil

**Sens** : règle du tire-bouchon...

**Valeur** :  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$



# Champ magnétique

- Calcul du champ d'un fil rectiligne infini

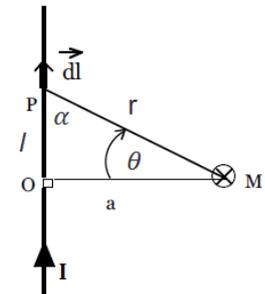
$$l = a \tan \theta \quad dl = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$r = \frac{a}{\cos \theta}$$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \sin \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi \left(\frac{a}{\cos \theta}\right)^2} \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

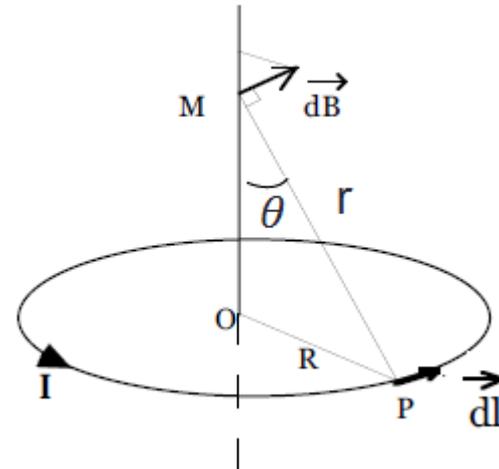
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \cos \theta d\theta \quad B = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



# Champ magnétique

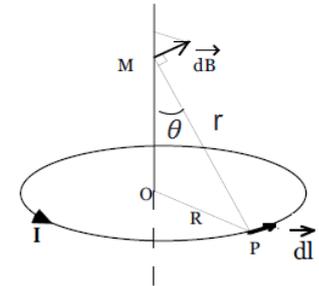
- Calcul du champ d'une spire circulaire
  - Le champ magnétique créé par une spire circulaire de rayon  $R$  parcourue par un courant  $I$  en un point  $M$  de son axe distant de  $d$  par rapport au centre de la spire vaut :

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$



# Champ magnétique

- Calcul du champ d'une spire circulaire



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2} \quad \text{or} \quad d\vec{l} \perp \vec{u} \quad \text{et} \quad r = \frac{R}{\sin \theta}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sin^2 \theta dl$$

Les composantes de dB perpendiculaires à OM s'annulent

$$B = \oint_{\text{spire}} dB \sin \theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sin^3 \theta \oint_{\text{spire}} dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sin^3 \theta 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \theta = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$$

# Champ magnétique

- Cas particuliers

- Au centre d'une spire circulaire

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} \quad r = R$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

- Au centre d'une bobine plate à N spires

$$B_0 = N \cdot \frac{\mu_0 I}{2R}$$

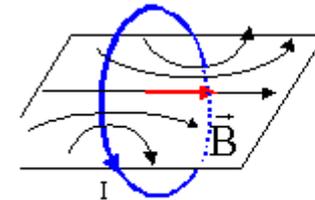
- Au centre d'un solénoïde

$$B_0 = N \cdot \frac{\mu_0 I}{L}$$

**Direction** : orthogonale au plan de la spire

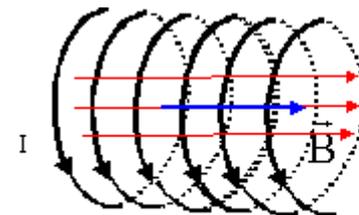
**Sens** : règle du tire-bouchon...

**Valeur** :  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$



$$B = \frac{\mu_0 N i}{2R}$$

B en tesla (T)  
i en ampère (A)  
R rayon (m)  
 $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$   
N nombre de spires



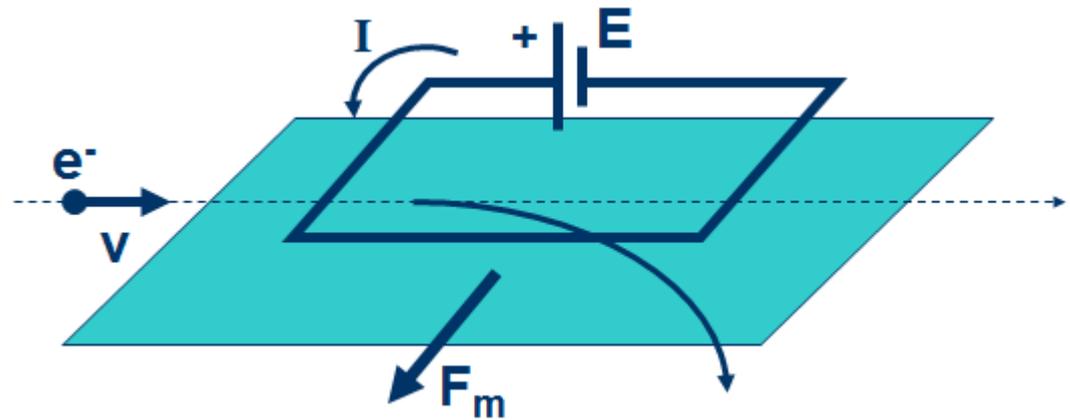
$$B = \frac{\mu_0 N i}{L}$$

B en tesla (T)  
i en ampère (A)  
L longueur (m)  
 $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$   
N nombre de spires

# Actions et énergie magnétiques

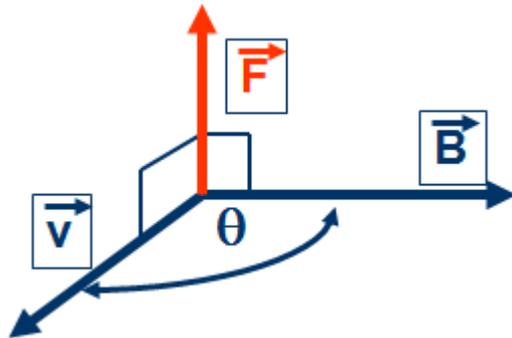
- Action d'un champ magnétique sur une particule chargée
  - Force de Lorentz
    - Une particule de charge  $q$  de masse  $m$  évoluant à la vitesse  $v$  dans une région où règne un champ magnétique  $B$  subit l'action d'une force magnétique donnée par :

$$\vec{f}_L = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$



# Actions et énergie magnétiques

- Action d'un champ magnétique sur 1 particule chargée
  - Force de Lorentz



**Direction** : perpendiculaire au plan formé par les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$

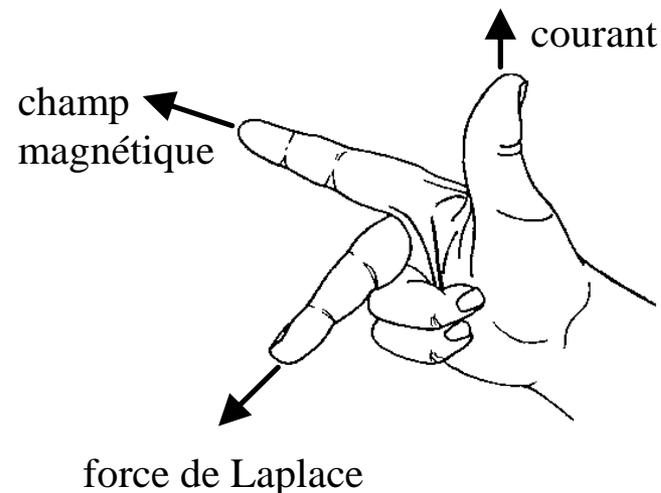
**Sens** : le trièdre  $(q\vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$  est direct

**Intensité** :  $F = |qvB \sin \theta|$   $\theta$  angle entre  $\vec{v}$  et  $\vec{B}$

# Actions et énergie magnétiques

- Action d'un champ magnétique sur 1 élément de circuit
  - Force de Laplace
    - Une portion rectiligne de conducteur de longueur  $l$ , parcourue par un courant d'intensité  $I$  et placée dans un champ magnétique uniforme  $B$  est soumise à des actions réparties d'origine électromagnétique équivalente à une force  $F$  donnée par la loi de Laplace :

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \wedge \vec{B}$$



# Actions et énergie magnétiques

- Action d'un champ magnétique sur 1 élément de circuit
  - Force de Laplace

$$\vec{f}_L = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\text{or } \vec{df} = dq \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{et} \quad I = \frac{dq}{dt} \quad v = \frac{dl}{dt}$$

$$\text{soit } \vec{dF} = I \cdot \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \wedge \vec{B}$$

**Direction** : perpendiculaire au plan formé par les vecteurs  $\vec{l}$  et  $\vec{B}$

**Sens** : le trièdre  $(\vec{l}, \vec{B}, \vec{F})$  est direct

**Intensité** :  $F = |IlB \sin \alpha|$  avec  $\alpha$  angle entre  $\vec{l}$  et  $\vec{B}$